I - Généralités

A - Notion de fonction

Définition

Une fonction est un **procédé** qui, à un nombre, associe un unique nombre.

Remarque :

On utilise la notation $f : x \longmapsto f(x)$ qui se lit « f est la fonction qui, à x, associe le nombre $f(x)$ »

Exemple :

a. Détermine la fonction g qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le périmètre d'une face de ce cube.

b. Détermine la fonction h qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le volume de ce cube.

a. La face d'un cube est un carré de périmètre $\mathcal{P} = 4 \times x$.
D'où $g(x) = 4x$ ou $g : x \longmapsto 4x$.

b. Le volume $\mathcal{V}$ d'un cube dont la longueur des arêtes est x est $\mathcal{V} = x \times x \times x = x^3$.
D'où $h(x) = x^3$ ou $h : x \longmapsto x^3$.

B - Images et antécédents

Définitions

Soit f une fonction . Si $f(a) = b$ alors on dit que :

- b est **l'image** de a par f. L'**image** d'un nombre est **unique**.
- a est **un antécédent** de b par f. Un nombre b peut avoir **plusieurs antécédents**.

Exemple 1 : Soit f une fonction telle que $f(-5) = 7$. Traduis cette égalité par deux phrases.

- 7 est **l'image** de -5 par la fonction f.
- -5 est **un antécédent** du nombre 7 par la fonction f.

Exemple 2 : Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 9$.
Détermine l'image de -2 puis celle de 2 par f. Que remarques-tu ?

$x \longmapsto x^2 - 9$ signifie qu'à tout nombre, ici noté x, la fonction f associe un unique nombre qui se calcule avec la formule : $x^2 - 9$.
On dit que **l'image** de x par la fonction f est $x^2 - 9$ et on note aussi $f(x) = x^2 - 9$.

$f(x) = x^2 - 9$	$f(x) = x^2 - 9$	
$f(-2) = (-2)^2 - 9$	$f(2) = 2^2 - 9$	⟶ On remplace x par -2 puis par 2.
$f(-2) = 4 - 9$	$f(2) = 4 - 9$	⟶ On calcule.
$f(-2) = -5$	$f(2) = -5$	

On remarque que -2 et 2 ont **la même image** : -5 par la fonction f.
Donc -5 a au moins **deux antécédents** par la fonction f.

Définition

Les images respectives par la fonction f de certaines valeurs de x peuvent être présentées dans un tableau appelé **tableau de valeurs**.

Exemple 3 : Voici un **tableau de valeurs** de la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 9$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.

b. Détermine le(les) antécédent(s) de 7 par la fonction f.

La 2de ligne du tableau donne l'image de chaque nombre de la 1re ligne par la fonction f.

a. On cherche 0 sur la 1re ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2de ligne.

L'image de 0 par la fonction f est -9. On écrit $f(0) = -9$ (ou $f : 0 \longmapsto -9$).

b. On cherche 7 sur la 2de ligne du tableau et on lit ses **antécédents** sur la 1re ligne.

Les antécédents de 7 par la fonction f sont -4 et 4. On écrit $f(-4) = f(4) = 7$.

II - Représentation graphique

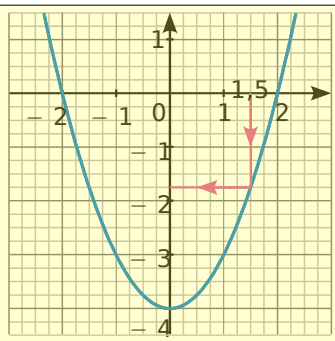
Définition

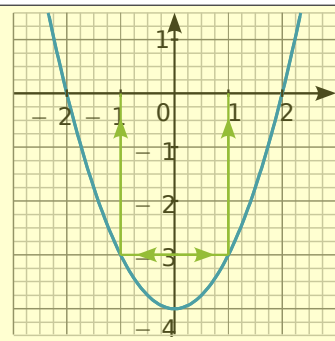
La **représentation graphique** d'une fonction f est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ f(x))$.

Exemple : Le graphique ci-dessous représente la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.

a. Détermine graphiquement l'image de 1,5 par la fonction f.

b. Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de -3 par la fonction f.





a. On cherche l'ordonnée du point de la représentation graphique de f qui a pour abscisse **1,5**. Pour cela :

- On trace la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point d'abscisse **1,5**.
- On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses et qui passe par le point d'intersection de la représentation graphique de f et de la droite précédente. Elle coupe l'axe des ordonnées en **$-1,75$**.

On en déduit que l'image de 1,5 par la fonction f est $-1,75$ donc **$f(1,5) = -1,75$**.

b. On cherche l'abscisse (les abscisses) du (des) point(s) de la représentation graphique de f ayant pour ordonnée **-3**. Pour cela :

- On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point d'ordonnée **-3**.
- On trace les droites parallèles à l'axe des ordonnées passant par les points d'intersection de la représentation graphique de f et de la droite précédente. Ces parallèles coupent l'axe des abscisses en **-1** et **1**.

On en déduit que les **deux antécédents de -3** par la fonction f sont **-1 et 1**.